$2\frac{1}{3}, 1$

Студент *Сонина Лолита* Группа *319* Вариант *411*

+ 1. Определение пучка, регулярной точки и регулярной грани ФАЛ.
∓ 2. Определение окрестности заданного порядка максимальной грани ФАЛ, порядок окрестности, необходимой для проверки вхождения максимальной грани ФАЛ в ДНФ $\cap T$ и ДНФ $\sum T$, его обоснование.
+ 3. Критерий единственности представления ФАЛ в виде ДНФ от её существенных БП.
+ 4. Построить сокращенную ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, столбец значений которой имеет вид $\tilde{\alpha}_f = (0011 \quad 1101 \quad 1000 \quad 0111)$.

1\. Пусть $\alpha \in N_f$ ФАЛ f. Пучком $\Pi_\alpha(f)$ наз-ся множество всех максимальных граней N_f, содержащих α.
$\alpha \in N_f$ - регулярная точка, ~~если~~ если существует $\beta \in N_f$: $\Pi_\beta(f) \subset \Pi_\alpha(f)$, т.е. все максимальные грани, содержащие β, содержат α и существует хотя бы одна максимальная грань, содержащая α, но не содержащая β.
Грань наз-ся регулярной, если все её точки регулярны.

4\. $\tilde{\alpha}_f = (0011 \quad 1101 \quad 1000 \quad 0111)$

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	1	0	0	0

$(-1-1)$ $K_1 = x_2 x_4$
$(0-11)$ $K_2 = \bar{x}_1 x_3 x_4$
$(001-)$ $K_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$
$(010-)$ $K_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
$(111-)$ $K_5 = x_1 x_2 x_3$
(1000) $K_6 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

$$D_{сокр} = \bigvee_{i=1}^{6} K_i = x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

проверяла неправильно, недосчитала, т.ч. не смотрите

$(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4) \cdot$
$\cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee$
$\vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee x_2 x_4 \vee x_3 x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \cancel{x_4}) \cdot$
$\cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4) = (x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_4 \vee \cancel{x_1 \bar{x}_2 x_3} \vee \cancel{x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4} \vee \cancel{x_1 x_2 \bar{x}_3} \vee$
$\vee \cancel{x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4} \vee \cancel{x_1 x_2 x_4} \vee \cancel{x_1 x_3 x_4} \vee \cancel{x_1 x_2 x_3} \vee \cancel{x_1 x_2 \bar{x}_4} \vee \cancel{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3} \vee x_2 \bar{x}_3 \vee$
$\vee \cancel{x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4} \vee \cancel{\bar{x}_1 x_2 x_4} \vee x_2 x_4 \vee \cancel{x_2 x_3 x_4} \vee \cancel{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3} \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \cancel{\bar{x}_2 x_3 x_4} \vee$
$\vee \cancel{\bar{x}_1 x_3 x_4} \vee \cancel{x_2 x_3 x_4} \vee x_3 x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 x_3 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 x_4) =$
$= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee \ldots$

2. N_k - макс. грань N_f ФАЛ f. Её окрестность нулевого порядка - сама грань N_k. По индукции: окрестность i-го порядка грани N_f - множество всех максимальных граней, имеющих хотя бы одну общую точку с одной из граней из окрестности $(i-1)$-го порядка.
Т.е. 1-го порядка - мн-во граней, имеющих хотя бы одну общую точку с N_f и т.д.

3. ДНФ ФАЛ f от её сущ. переменных яв-ся единственной ДНФ этой функции тогда и только тогда, когда в N_f (характеристическом множестве f) нет соседних наборов. В этом случае эта единственная ДНФ будет совершенной. ДНФ f, существующая для $\forall f \neq const.$ (нуля)

1	2	3	4
+	+.	∓	+

Студент Рыбалкин Сергей Группа 319 Вариант 206

\+ 1. Тождество поглощения, определение неприводимой ДНФ и её получение с помощью тождества поглощения.

\+ 2. Определение тупиковой, минимальной и кратчайшей ДНФ, соотношения между ними и их обоснование.

∓ 3. Утверждение о сокращенной ДНФ монотонной ФАЛ и особенностях её тупиковых ДНФ.

\+ 4. Построить сокращенную ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, столбец значений которой имеет вид $\widetilde{\alpha}_f = (0010\ \ 1110\ \ 0111\ \ 0111)$.

(4)

x_1	x_2	x_4: 0 / x_3: 0	x_4: 1 / x_3: 0	x_4: 1 / x_3: 1	x_4: 0 / x_3: 1
0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

$1 \times 4: K_1(--10) = x_3 \bar{x}_4$

$2 \times 2: K_2(1-1-) = x_1 x_3$

$2 \times 2: K_3(1--1) = x_1 x_4$

$2 \times 1: K_4(010-) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$

$2 \times 1: K_5(01-0) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4$

$2 \times 1: K_6(-101) = x_2 \bar{x}_3 x_4$

$\mathcal{D}_{сокр} = \bigvee\limits_{i=1}^{6} K_i$

±

(2) Тупиковая – ДНФ ФАЛ f из которой нельзя вычеркнуть букву или ЭК так, чтобы в результате получилась ДНФ выражающая f.

~~Минимальная~~ Кратчайшая – ДНФ ФАЛ f, которая имеет минимальную ~~ранг~~ длину

~~Кратчайшая~~ Минимальная – ДНФ ФАЛ f, имеющая минимальную ~~длину~~ ~~(т.е. количество элементарных конъюнкций)~~. сумму рангов

1) ∀ min ДНФ является тупиковой; 2) среди кратчайших ДНФ есть хотя бы 1 тупиковая

1) т.к. ничего вычеркнуть нельзя

2) т.к. подмн-во нат. чисел имеет мин. элемент.

(+.)

(+)

(1) $(*) K_1 \vee K_1 K_2 = K_1$

ДНФ $\mathcal{D}$ называется неприводимой, если к $\mathcal{D}$ не применимо тождество поглощения. (неправильное определение категории поглощения)

Из ∀ ДНФ $\mathcal{D}$ путем последовательного применения (*) пока эта операция возможна получится неприводимая ДНФ

(3) особенность туп: не содержит отрицаний среди букв, если бы содержало отриц то содержало бы и без отриц. и это отриц можно было бы зачеркнуть

ЛВ ↓

Сокращенная ДНФ монотонной ФАЛ f единственна и является её тупиковой ДНФ. Сокр. ДНФ — ядровая

±

1	2	3	4
+	+.	+	+

Студент Кривошеева Т.Е. Группа 319 Вариант 315

+ 1. Тождество поглощения, определение неприводимой ДНФ и её получение с помощью тождества поглощения.

+. 2. Определение тупиковой, минимальной и кратчайшей ДНФ, соотношения между ними и их обоснование.

+ 3. Утверждение о сокращенной ДНФ монотонной ФАЛ и особенностях её тупиковых ДНФ.

+ 4. Построить сокращенную ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, столбец значений которой имеет вид $\tilde{\alpha}_f = (0010\ \ 1110\ \ 0111\ \ 0111)$.

(1). $xK' \vee K' = K'$ +

ДНФ наз-ся неприводимой $\Leftrightarrow$ никакая ЭК

K не поглощается другими ЭК из этой ДНФ.

xK' погл. K', и продолжаем так пока получается
убираем xK'

(2). Тупик. ДНФ – ДНФ, при выкидывании из которой

букв или ЭК получается не эквив. ей ДНФ

α ДНФ миним – ДНФ: $\forall$ ДНФ α'

$R(\alpha) \le R(\alpha')$ – число букв

α ДНФ кратчайшая – – " –, $l(\alpha) \le l(\alpha')$ – длина ДНФ

1) Миним ДНФ всегда явл. туп

2) Кратчайшая содержится в туп., но туп не об. кратчайшая

1) В миним. содерж. мин. кол-во букв $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ мы ничего из нее выкинуть не можем

$\Rightarrow$ яв-ся тупиковой

2) ~~кр. даже содер. в туп, т.к. не содержит "лишних"~~
~~ЭК, но возможно выкинуть лишние буквы (из~~
~~ДНФ)~~ и ~~не сохранив число ЭК~~ при этом ~~число~~ кол-во ЭК
не станет меньше.

③ Утв Сокр. ДНФ монотон. ФАЛ f является ее единств. туп. ДНФ и ~~зап~~ имеет вид:

$$\Phi(x_1,\dots,x_n) = \bigvee_{\beta\in N_1} K^+_\beta(x_1,\dots,x_n)$$

Все K_β соотв. ядр. граням.

Следствие Монотон. ФАЛ f явл. ядровой ФАЛ

~~$K_1^+ = \&$~~

~~$K_\beta = \underset{(1\le i\le n)}{\&_{\beta_i=1}} x_i^{\beta_i}$~~

$K^+_\beta = \underset{\substack{\beta_i=1 \\ 1\le i\le n}}{\&} x_i$ N_1^+ – мн-во "нижних" единиц монотон ФАЛ f, т.е. наборов α: $\forall \beta$ сравнимых:

$\beta = (\beta_1,\dots,\beta_n)$ 1) $\alpha \le \beta \Rightarrow$ 2) $f(\alpha)=1$

④ $\tilde{\alpha}_f = (\overset{00}{0010}\ \ \overset{01}{1110}\ \ \overset{10}{0111}\ \ \overset{11}{0111})$

с помощью т. Квайна

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

$K_1 = x_3\bar{x}_4$

$K_2 = x_1x_4$

$K_3 = x_1x_3$

$K_4 = \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$

$K_5 = x_2\bar{x}_3x_4$

$K_6 = \bar{x}_1x_2\bar{x}_4$

Ответ: $x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_4 \vee x_1x_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_4$

---

2) ∃ Есть Кр. ДНФ, у нее уже выкинуты все, т.е. "нижние" ЭК, теперь → выкидываем лишние буквы ⇒ получаем кр. ДНФ, содерж. в тупик ⇐

→ оставшееся ⇒ кратчайшая ~~не~~ и явл. тупик.

Студент Николаев Василий Дмитриевич Группа 319 Вариант 706

+ 1. Определение монотонной ФАЛ и «нижней» единицы ФАЛ.
± 2. Определение ДНФ Квайна и обоснование регулярности граней, соответствующих тем простым импликантам, которые в неё не входят.
+ 3. Критерий сокращенности ДНФ, построение сокращенной ДНФ из какой-либо ДНФ. /на обороте/
+ 4. Построить сокращенную ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, столбец значений которой имеет вид $\widetilde{\alpha}_f = (1110\ \ 1001\ \ 1100\ \ 0110)$.

1)

ФАЛ называется монотонной, если $\forall$ наборов α, β, таких что α и β сравнимы и $\alpha \le \beta \Rightarrow f(\alpha) \le f(\beta)$.

Нижняя единица ФАЛ — набор α: $f(\alpha) = 1$ $\forall \beta$: α сравним с β и $\beta < \alpha \Rightarrow f(\beta) = 0$. +

2) ДНФ Квайна — ДНФ, полученная из сокр. ДНФ ФАЛ удалением из неё тех ~~[illegible]~~ элем.-конъюнкций, которые соответствуют грани, ~~[illegible]~~ покрываемые ядром, но не лежащие в ней.

ДНФ Квайна включает в себя ДНФ ΣT, а в неё могут в свою очередь входить только и притом все нерегулярные ~~[illegible]~~ простые импликанты.

4)

$x_1 x_2$ \ $x_3 x_4$	00	01	11	10
	1	1	0	1
0 0	1	0	1	0
0 1	1	1		
1 1				
1 0				

$x_1 x_2$ \ $x_3 x_4$	00	01	11	10
0 0	1	1	0	1
0 1	1	0	1	0
1 1	0	1	0	1
1 0	1	1	0	0

+

$K_1(-00-) = \bar{x}_2 \bar{x}_3$

$K_2(0-00) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

$K_3(1-01) = x_1 \bar{x}_3 x_4$

$K_4(00-0) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$

$K_5(1110) = x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$

$K_6(0111) = \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$

$f = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$

3) Получить сокр. ДНФ из произвольной ДНФ можно методом Квайна: сначала применяем расширение ко всем парам $x_i K' \vee \bar{x}_i K'' \Rightarrow x_i K' \vee \bar{x}_i K'' \vee K'K''$ пока это возможно (будут появляться новые $K'K''$). А потом при помощи поглощения $x^{\sigma} K' \vee K' \Rightarrow X^{\sigma}$ ~~поглощения~~ применяемого ~~не~~ максимально возможное число раз получаем сокр. ДНФ

<u>Критерий</u>: Нерасширяемая ДНФ $\mathfrak{A}$ ФАЛ является сокращённой, если она нерасширяема.